

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

Un sistema de ecuaciones lineales está formado por ecuaciones de primer grado en todas las incógnitas. Estas ecuaciones han de verificarse a la vez.

Un sistema formado por dos ecuaciones y dos incógnitas, que es lo que vamos a estudiar principalmente, se escribe como sigue:

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1 \\ a_{21}x + a_{22}y = b_2 \end{cases}$$

Para su resolución presentamos los siguientes métodos:

a) Método de sustitución

En una de las dos ecuaciones del sistema se despeja una incógnita y luego se sustituye esa expresión en la otra ecuación.

$$\text{Resuelve: } \begin{cases} x + y = 2 \\ 3x - y = -5 \end{cases}$$

Por conveniencia, despejamos x de la ecuación primera. Luego sustituimos ese valor en la otra ecuación y operamos.

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 3x - y = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 - y \\ 3x - y = -5 \end{cases} \Rightarrow 3(2 - y) - y = -5 \Rightarrow 6 - 3y - y = -5 \Rightarrow -4y = -11 \Rightarrow y = \frac{11}{4}$$

Ya hemos hallado y . Para conseguir x llevamos el valor de y a cualquiera de las dos ecuaciones.

$$\begin{cases} x = 2 - y \\ 3x - y = -5 \end{cases} \Rightarrow x = 2 - \frac{11}{4} \Rightarrow x = -\frac{3}{4}$$

b) Método de igualación

En cada una de las dos ecuaciones del sistema se despeja la misma incógnita, igualando luego ambas expresiones. De ahí se obtienen las soluciones buscadas.

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 3x - y = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 - y \\ x = \frac{-5 + y}{3} \end{cases} \Rightarrow 2 - y = \frac{-5 + y}{3} \Rightarrow \frac{(2 - y)3}{3} = \frac{-5 + y}{3} \Rightarrow 6 - 3y = -5 + y \Rightarrow -4y = -11 \Rightarrow y = \frac{11}{4}$$

Calculemos x:

$$y = \frac{11}{4} \Rightarrow x = 2 - \frac{11}{4} \Rightarrow x = -\frac{3}{4}$$

c) Método de reducción

El método de reducción implica manejar algo de ingenio. Consiste en manipular de forma conveniente a las ecuaciones, multiplicándolas por números convenientes, con el fin de que al sumarlas se cancele alguna incógnita y obtener así la otra de forma sencilla.

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ 3x - y = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{array}{l} -10x - 5y = -10 \\ \underline{3x + 5y = -5} \\ -7x = -15 \Rightarrow x = \frac{15}{7} \end{array}$$

Lo que hemos hecho ha sido multiplicar la ecuación superior por -5. De este modo al sumar ambas ecuaciones se pierde la y y la x se obtiene casi de forma inmediata.

$$2x + y = 2 \Rightarrow 2\left(\frac{15}{7}\right) + y = 2 \Rightarrow y = 2 - \frac{30}{7} \Rightarrow y = -\frac{16}{7}$$